

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002**  
**Sessione ordinaria**

- 1** Se  $a$  e  $b$  sono numeri positivi assegnati qual è la loro media aritmetica? Quale la media geometrica? Quale delle due è più grande? E perché? Come si generalizzano tali medie se i numeri assegnati sono  $n$ ?

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002**  
**Sessione ordinaria**

- 1** Siano  $a$  e  $b$  due numeri reali positivi. La loro media aritmetica è  $M = \frac{a+b}{2}$ , mentre quella geometrica è  $G = \sqrt{ab}$ . Si valuta se  $M \geq G$  cioè se la relazione  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  è vera o falsa. Poiché  $a$  e  $b$  sono positivi, i due membri della disuguaglianza sono anch'essi positivi e si possono elevare entrambi al quadrato:  $\frac{(a+b)^2}{4} \geq ab \rightarrow (a-b)^2 \geq 0$ . Quest'ultima relazione è sempre verificata per qualsiasi  $a$  e  $b$ . Si osserva che vale il segno di uguale se e solo se  $a = b$ .
- Pertanto, la media aritmetica tra due numeri positivi, diversi tra loro, è maggiore della media geometrica; se i due numeri sono uguali le medie coincidono.
- In generale, se i numeri assegnati sono  $n$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , la media aritmetica è il quoziente fra la loro somma e il numero  $n$ ,  $M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ , mentre la media geometrica è la radice  $n$ -esima del prodotto degli  $n$  valori,  $G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$ .